Anlage 0: Grundlagen zu Diskontierung und Bevölkerungsrückgang

Wir nehmen an, dass wir $k \cdot 100\%$ Bevölkerungsrückgang pro Jahr haben und einen Diskontierungszinssatz von $i \cdot 100\%$.

Investitionen in der Zukunft:

Wenn wir in n Jahren eine Summe x benötigen, so müssen wir heute die Summe

$$x_n := x \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^n$$

mit einem Zinssatz von $i \cdot 100\%$ anlegen.

Wenn y die Einwohnerzahl von heute ist, dann ist die Einwohnerzahl in n Jahren

$$y_n := y \cdot (1-k)^n \,.$$

Für eine einwohnerzahlabhängige Investition in n Jahren muss also heute die Summe von

$$x_n \cdot y_n = x \cdot y \cdot \left(\frac{1-k}{1+i}\right)^n$$

angelegt werden.

Laufende Kosten:

Wir wollen laufende Kosten über einen Zeitraum von n Jahren unter Berücksichtigung von Diskontierung und Bevölkerungsrückgang berechnen. Es sei z der Betrag der laufenden Kosten pro Jahr. Um die laufenden Kosten in m Jahren zu bezahlen, müssen wir heute einen Betrag von

$$LK_m(i,k) := z \cdot \left(\frac{1-k}{1+i}\right)^m$$

anlegen. Um die laufenden Kosten für den gesamten Zeitraum zu bezahlen, müssen wir heute folglich einen Betrag von

$$LK_n^{ges}(i,k) := \sum_{m=1}^{n} LK_m(i,k) = z \cdot \sum_{m=1}^{n} \left(\frac{1-k}{1+i}\right)^m$$

anlegen. Dies kann man schreiben als

$$LK_n^{ges}(i,k) = z \cdot (1-k) \frac{1 - \left(\frac{1-k}{1+i}\right)^n}{i+k}.$$

Bemerkung: (betrifft Kritik an Berechnung zu Steinbach durch IB Boy & Partner)

Es gilt: $LK_n^{ges}(i,k) \approx LK_n^{ges}(i+k,0)$ für kleine $i,k \geq 0$, das heißt,

$$LK_n^{ges}(i+k,0) = z \cdot \mathrm{DFAKR}(i+k;n) \quad \text{(siehe LAWA)}$$

stellt eine gute Näherung für $LK_n^{ges}(i,k)$ dar. Es gilt außerdem immer

$$LK_n^{ges}(i,k) \leq LK_n^{ges}(i+k,0).$$

d.h. das Verwenden der Näherung wirkte sich sogar zugunsten der zentralen Variante aus.